

履歴型減衰材を有する免震建築物における 非構造部材の水平震度

1. はじめに

免震建築物では、履歴型減衰材を用いると、高次モード応答により上部構造の加速度応答が局所的に増幅する。これが影響する上部構造のせん断力係数に関しては多くの研究があるものの^{1,2)}、床応答スペクトルに関する研究は限定的であり、かつ定性的な言及に留まっている^{3,4)}。高次モード応答は短周期であり、特定天井などの耐震化を図った吊り天井や、補剛された天井設備など非構造部材の固有周期と近接する可能性がある。

本研究では、高次モードに伴う床応答スペクトルのピーク値（水平震度）を簡易に評価する手法を提案する。これにより、人的・物的被害の抑制の観点から、非構造部材と免震建物相互の設計用地震力の評価に役立つ。

2. 非線形系でのモード座標系の振動方程式

周波数の情報を有する床応答スペクトルを議論するには、方程式系の記述にモード座標系を用いるのが便利である。準備として本章では、Skinnerが導いた、免震層の水平剛性が0の場合での上部構造の周辺自由モードを用いたモード座標系の振動方程式⁵⁾を述べる。

上部基礎に n 個の質点を有する質点系モデルを考える（図1）。質量行列を \mathbf{M} 、減衰行列を \mathbf{C} 、上部構造と免震層の剛性行列をそれぞれ $\mathbf{K}_s, \mathbf{K}_b$ 、地震影響ベクトルを \mathbf{r} とする。地動加速度 \ddot{u}_g を受ける建物の水平変位 \mathbf{U} は、以下の振動方程式を解くことにより得られる。

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{U}} + \mathbf{Q}(\mathbf{U}) = -\mathbf{M}\mathbf{r}\ddot{u}_g \quad (1)$$

免震層の降伏前は、復元力ベクトル $\mathbf{Q} = (\mathbf{K}_s + \mathbf{K}_b)\mathbf{U}$ となる。ここで、免震層の水平剛性を零とした次の固有値問題を考える。

$$\bar{\omega}_j^2 \mathbf{M}\bar{\phi}_j = \mathbf{K}_s \bar{\phi}_j \quad (2)$$

ここで、 $\bar{\phi}_j$ は j 次の周辺自由の振動モードであり、1次モードは剛体運動モードとなる。 j 次モードの減衰定数を \bar{h}_j とし、変位 \mathbf{U} を $\bar{\phi}_j$ で展開すると、一般化変位 \bar{q}_j を用いて、式(1)は以下のように書き換えられる。

$$\ddot{u}_b + \alpha(u_b)g = -\ddot{u}_g \quad (3a)$$

$$\ddot{\bar{q}}_j + 2\bar{h}_j\bar{\omega}_j\dot{\bar{q}}_j + \bar{\omega}_j^2\bar{q}_j = -\Gamma_j\alpha(u_b)g \quad (3b)$$

ここに、

$$u_b = \bar{q}_1, \quad \alpha = \frac{Q_b}{M_{tot}g}, \quad \Gamma_j = \bar{\phi}_{j,b}^T \frac{M_{tot}}{\bar{\phi}_j^T \mathbf{M} \bar{\phi}_j} \quad (4a-c)$$

であり、 Q_b :免震層の復元力（図2）、 M_{tot} :建物の総質量、 g :重力加速度、 $\bar{\phi}_{j,b}$: j 次の免震層直上のモード振幅である。また u_b は免震層の層間変位、 α は免震層のせん断力係数、 Γ_j は j 次の一般化刺激係数であり、

$$\Gamma_j = \kappa \sqrt{2M_{tot}} \cdot \bar{\phi}_j^T \mathbf{M} \bar{\phi}_j \quad \text{for } j \geq 2 \quad (5)$$

と表すと、質点数が無限の場合、一様層剛性で $\kappa=1$ 、逆三角形の剛性分布で $\kappa=1/\sqrt{2}$ となる。

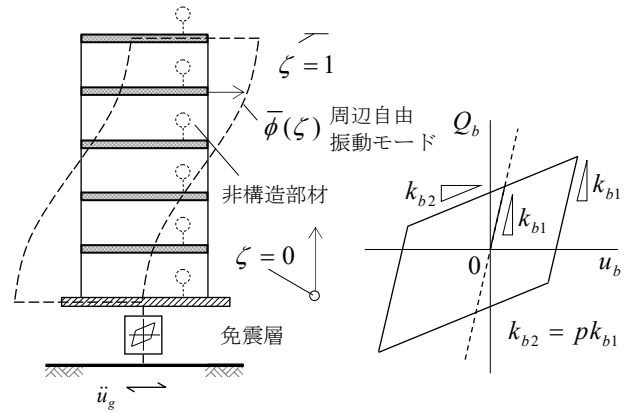


図1 解析対象

図2 免震層の復元力特性

3. 応答スペクトル法とモード重ね合わせ法を用いた床応答スペクトルの評価手法

モード分解された床応答加速度により加振される非構造部材の応答を議論する。非構造部材の固有円振動数を ω_a 、減衰定数を h_a 、設置階からの相対変位を \mathbf{U}_a とすると、次の振動方程式を解くことにより \mathbf{U}_a を得る。

$$\ddot{q}_{a,j} + 2h_a\omega_a\dot{q}_{a,j} + \omega_a^2q_{a,j} = -(\ddot{\bar{q}}_j + \bar{\beta}_j\ddot{u}_g) \quad (6a)$$

$$\mathbf{U}_a = \sum_{j=1}^{n+1} \bar{\phi}_j q_{a,j}, \quad \bar{\beta}_j = \frac{\bar{\phi}_j^T \mathbf{M} \mathbf{r}}{\bar{\phi}_j^T \mathbf{M} \bar{\phi}_j} \quad (6b, c)$$

ここで、 $\ddot{q}_{a,j}$ について以下の3つの仮定を設ける。

- 長周期である1次モード応答の入力により、短周期の非構造部材の応答は増幅しない。
- 非構造部材よりも長周期の高次モード応答による入力に対して、非構造部材の応答は増幅しない。
- 非構造部材よりも短周期の高次モード応答による入力に対して、非構造部材の応答を無視できる。

これらの仮定は、それぞれ順に、以下のように表せられる。

$$\ddot{q}_{a,1}(t) \approx 0 \quad (7a)$$

$$\ddot{q}_{a,j}(t) \approx 0 \quad \text{for } \omega_a > \bar{\omega}_j \quad (7b)$$

$$\ddot{q}_{a,j}(t) + \ddot{\bar{q}}_j(t) \approx 0 \quad \text{for } \omega_a < \bar{\omega}_j \quad (7c)$$

さらに、 $\omega_a = \bar{\omega}_j (j=2,3,\dots)$ を建物の高次モードと非構造部材の共振時と定義し、そのときの動的応答倍率(共振応答倍率) A を次式で定義する。

$$A_j = \frac{\max_t |\ddot{q}_{a,j}(t) + \ddot{\bar{q}}_j(t)|}{\max_t |\ddot{\bar{q}}_j(t)|} \quad \text{for } j=2,\dots,n+1 \quad (8)$$

式(7)の仮定と式(8)、モード重合に絶対和則 (SABS 則) を用いて、円振動数 $\bar{\omega}_j$ で生じる加速度床応答スペクトル S_{af} のピーク値は、次のように近似できる。

$$S_{af}(\bar{\omega}_j) \approx \max_t |\ddot{u}_b(t) + \ddot{u}_g(t)| + \sum_{i=2}^{n+1} \max_t |A_{ji} \ddot{q}_i(t) \bar{\phi}_i| \quad (9)$$

$\bar{\phi}_j$ は床応答スペクトル評価位置のベクトル $\bar{\Phi}_j$ の成分である。ここで、 j 次のスペクトルのピーク値を算出する際に、以下の記号を導入した。

$$A_{ji} = \begin{cases} 1 & \text{for } i < j \\ A_i & \text{for } i = j \\ 0 & \text{for } i > j \end{cases} \quad (10)$$

式(9)を入力地震動の加速度応答スペクトル S_a と関連づけるために、高次モードの加速度応答 \ddot{q}_j の最大値から、 j 次モード応答の増幅率 χ_j を次式で定義する。

$$\chi_j = \frac{\max_t |\ddot{q}_j(t)|}{|\Gamma_j| \cdot \max_t |\ddot{u}_b(t) + \ddot{u}_g(t)|} \quad (11)$$

ここで、 α_{\max} は免震層の最大せん断力係数である。式(11)を式(9)に代入すると、床応答スペクトルの j 次のピーク値 $S_{af}(\bar{\omega}_j, \bar{h}_j)$ を次式で評価できる。

$$S_{af}(\bar{\omega}_j, \bar{h}_j) \approx \left(1 + \sum_{i=2}^{n+1} |A_{ji} \chi_i \Gamma_i \bar{\phi}_i| \right) \cdot \max_t |\ddot{u}_b(t) + \ddot{u}_g(t)| \quad (12)$$

4. 高次モードの最大応答値の簡易評価

4.1 1次と高次モードの非連成化のための仮定

第3章で導入した共振応答倍率 A と増幅率 χ は、本来、時刻歴解析から求められる値である。耐震設計では、この計算を介さずに、これらの値 A, χ を直接評価できると便利である。本章では、まず χ を考える。

時刻歴解析からは、以下の経験則を確認できる。

- 高次モード応答の時刻歴最大値は、免震周期(降伏後の接線周期)にほとんど依存しない。
- 式(3b)右辺を加振力とする応答スペクトルでは、上部構造の柔性を考慮した連成系の1次の固有周期の位置でスペクトルのピークが生じる。
- 上部構造を長周期化すると、高次モードが励起されやすい。

- 高次モードの加速度応答の振幅は、概ね地盤周期に反比例する。
- 高次モード応答の加速度振幅は、減衰定数 \bar{h}_j にほとんど依存しない (\bar{h}_j が 0.01~0.05 で検証)。

上記の最後に挙げた、減衰に関する応答特性の理由は、免震層のせん断力を通じて加振される高次モードの固有周期が加振周期よりも極端に短いためである。

4.2 動的特性を用いた高次モードの最大応答評価

前節の経験則を踏まえて、増幅率を考えるために、 j 次の振動数比 $\bar{\gamma}_j$ を次式で定義する。

$$\bar{\gamma}_j = \bar{\omega}_j / \omega'_j \quad (13)$$

ここに、 ω'_j は連成系 j 次の固有円振動数である。この $\bar{\gamma}_j$ を用いて、本研究では、次の評価式を提案する。

$$\max_t |\ddot{q}_j(t)| = c_1 \Omega_j \alpha_y g (\sqrt{\mu} - 1)^{c_2} \quad (14a)$$

$$\max_t |\ddot{u}_b(t) + \ddot{u}_g(t)| = c_1 \alpha_g g \{1 + p(\mu - 1)\} \quad (14b)$$

ただし、式(14b)左辺は高次モード応答を含む値であり、

$$\Omega_j = \frac{\lambda_j |\Gamma_j|}{\bar{\gamma}_j} \frac{\omega'_j}{\omega_{j-1}} \frac{\omega_g}{\omega_{b1}}, \quad \lambda_j = 2(j-1) + 1 \quad (15a, b)$$

である。 ω_g は地盤の固有円振動数である。係数は、 $c_1 = 2.2$, $c_2 = 0.85$ (2次), 1(それ以外)とする。式(15)において、基礎固定上部構造の固有円振動数 ω_j と免震層の弾性固有円振動数 ω_{b1} を用いて、 ω'_j を次式で表す。

$$\omega'_j \approx \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega_{b1} / \omega_j)^2}} \omega_{b1}, \quad \omega'_j \approx \omega_j \quad \text{for } j \geq 2 \quad (16)$$

4.3 応答スペクトル法による床応答スペクトルの簡易評価への適用

$\alpha_y g \{1 + p(\mu - 1)\}$ は加速度応答スペクトル S_a に近似できるから、式(12)は下式に書き換えられる。

$$S_{af}(\bar{\omega}_j, \bar{h}_j) \approx \left(1 + \sum_{i=2}^{n+1} |A_{ji} \chi_i \Gamma_i \bar{\phi}_i| \right) \cdot c_1 S_a(\omega_b^{eq}, h_b^{eq}) \quad (17)$$

ここで、 ω_b^{eq}, h_b^{eq} はそれぞれ上部剛の免震建物の等価固有振動数と等価減衰定数であり、塑性率 μ を用いて、

$$\omega_b^{eq} = \sqrt{\frac{1 + p(\mu - 1)}{\mu}} \omega_{b1} \quad (18a)$$

$$h_b^{eq} = \frac{2}{\mu \pi p} \ln \frac{1 + p(\mu - 1)}{\mu^p} + h_b \quad (18b)$$

を評価する⁶⁾。応答スペクトル法により、上部構造を剛とした1質点系の最大応答 $S_a(\omega_b^{eq}, h_b^{eq})$ を収斂計算で求め、式(17)から高次モードを考慮した S_{af} を算出できる。あるいは設計時の目標塑性率 μ を与えれば、所与の2次剛性比 $p(=k_{b2}/k_{b1})$ (図2)と降伏せん断力係数 α_y から、 $S_a(\omega_b^{eq}, h_b^{eq}) \approx \alpha_y g \{1 + p(\mu - 1)\}$ が定まる。

5. 共振時の非構造部材の動的応答倍率

5.1 基礎固定建物における動的応答倍率の簡易評価

基礎固定の建物について、著者は畳込み積分の理論界をもとに、共振応答倍率の上限値 $\sup A_j$ の閉形式解を誘導した⁷⁾。この式を免震建物に準用すると、

$$\sup A_j \approx \frac{\sqrt{\bar{D}_{h,j}^2 - 2\rho_j \bar{D}_{h,j} + 1}}{2h_{a,j}} \quad (19)$$

となる。ここに、

$$\rho_j = h_{g,j} / h_{m,j}, \quad \bar{D}_{h,j} = D_h(h_a) / D_h(\bar{h}_j) \quad (20a, b)$$

$$h_{g,j} = \sqrt{\bar{h}_j h_a}, \quad h_{a,j} = |\bar{h}_j - h_a|, \quad h_{m,j} = \frac{1}{2}(\bar{h}_j + h_a) \quad (20c-e)$$

である。減衰定数の相加平均 h_m と相乗平均 h_g の関係から、 $\rho \leq 1$ となる。また、 D_h は減衰の付加による応答低減効果係数であり、本研究では次式を用いる⁶⁾。

$$D_h(h) = \sqrt{(1+ah_0)/(1+ah)} \quad (21)$$

ここに、 h_0 は基準減衰定数 (0.05) であり、 a は回帰係数 (模擬地震動: 75、観測地震動: 25) である。

5.2 免震建物を対象とした動的応答倍率の補正

式(19)は共振応答倍率の上限であり、建物の固有周期に対する地震動の継続時間の比が小さくなると、実際の倍率は小さくなる⁷⁾。上部構造の固有周期が2秒以下であれば、高次モードの固有周期は1秒以下となり、この範囲において共振倍率の低下を無視できる。

免震建物では、式(19)の原形は適用範囲が限定される。大地震時では、高次モード応答は周辺自由モードに近い。一方、中小地震時では、免震層の1次固有周期と上部構造の固有周期が隔絶していない場合、高次モード応答に複数の周期成分が混在する。これが原因で、実際の A_j に比べて、式(19)は過大評価となる。これを改善するために、次式の振動数比 $\bar{\gamma}_j^{eq}$ を導入する。

$$\bar{\gamma}_j^{eq} = \bar{\omega}_j / \omega_b^{eq} \quad (22)$$

免震層の塑性化の進展に伴い ω_b^{eq} は小さくなるので、振動数比 $\bar{\gamma}_j^{eq}$ は徐々に大きくなる。この $\bar{\gamma}_j^{eq}$ を用い、

$$A_j = \eta(\bar{\gamma}_j^{eq}, \bar{h}_j, h_a) \sup A_j \quad (23)$$

と表し、低減係数 η に対して、次の半理論式を考える。

$$\eta = \tanh\left(\sqrt{h_{m,j} \bar{\gamma}_j^{eq}}\right) \quad (24)$$

さらに、式(24)を安全側に単純化した次式も考える。

$$\eta = \min\left(\sqrt{h_{m,j} \bar{\gamma}_j^{eq}}, 1\right) \quad (25)$$

6. 多質点系モデルの直接積分法との比較

時刻歴解析を通じて、提案した高次モードの増幅率 χ と共振応答倍率 A の評価式の妥当性を検証する。

入力地震動は、建築基準法関連告示の目標スペクトルに適合する模擬地震動 ($2\pi/\omega_g = 0.864s$) とする。基準地震動 \ddot{u}_{g0} に振幅調整係数 s を乗じる。 s を 0.1 から 1.5 まで徐々に増分させ、中小地震動から大振幅地震動までを表現する。生成した5波の入力について得る複数の応答値を平均して結果を整理する。建物の解析条件を Table 1 に示す。なお、 χ や A を評価するのに質点数 n は本質的な変数ではなく、 n を 10 に固定する。

直接積分法から得た多質点系のモード加速度 \ddot{q}_j :

$$\ddot{q}_j = \frac{\bar{\phi}_j^T \mathbf{M} \ddot{\mathbf{U}}}{\bar{\phi}_j^T \mathbf{M} \bar{\phi}_j} \quad (26)$$

を求め、これらと $\Omega_j \alpha_y g$ で基準化した式(14a)の評価値を比較した結果を図3に示す。2~4次モードに比べて、5次の予測精度は劣るが、ほかに比べて応答の絶対値が小さいため、工学的に許容範囲である。式(8)と式(23)の結果を図4に示す。 $\sqrt{h_{m,j} \bar{\gamma}_j^{eq}}$ が大きな範囲では、時刻歴解析結果の A_j が $\sup A_j$ に漸近する。 $\sqrt{h_{m,j} \bar{\gamma}_j^{eq}}$ が小さいと低減係数 η が意味をなし、式(24)は中央値 (実線)、式(25)は包絡値 (破線) を与える。

表1 上部構造と免震層の解析パラメータ

項目	記号	値
1次固有周期	T_1	0.5, 0.7, 1, 1.5, 2 (s)
減衰定数*1	h_s	0.02, 0.05
降伏せん断力係数*2	α_v	0.03, 0.05, 0.1
免震周期*3	T_{b2}	3, 4, 6 (s)
2次剛性比*2, *3	p	0.05, 0.1, 0.15

*1 減衰定数は周辺自由モードの2, 3次に対してレイリー減衰で設定する。
*2 上部構造は弾性、免震層はバイリニア型の非線形復元力特性とする。
*3 免震係数 T_{b2}/T_1 は2.5以上とする。
*4 免震層の水平変位は最大で0.5m以下、かつ塑性率は50以下とする。

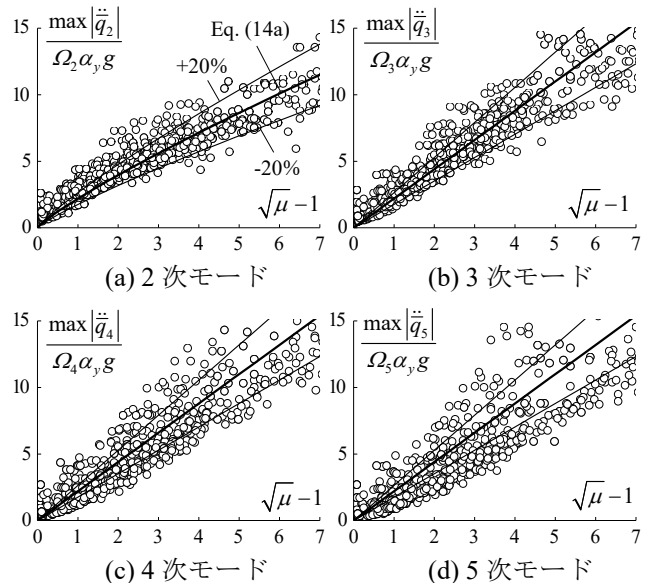


図3 非連成仮定に基づく高次モード応答の簡易評価

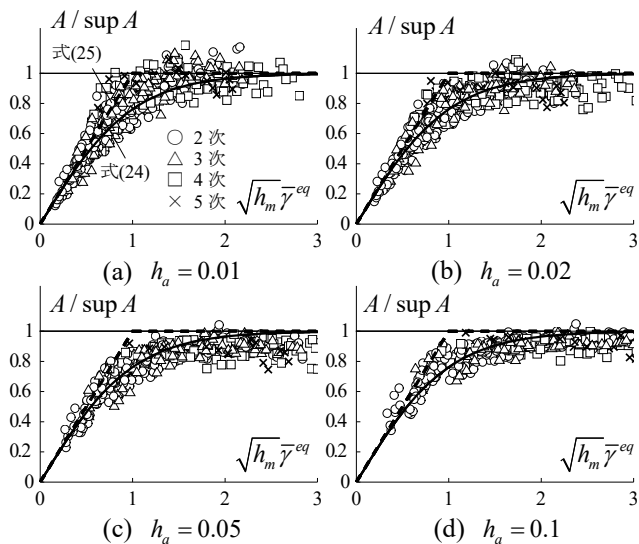


図4 免震層の塑性化進展に伴う共振応答倍率の変化

7. 床応答スペクトルのピーク値の計算例

これまで導出した基本式を用いて床応答スペクトルのピーク値を算定し、簡易評価手法の妥当性を示す。10質点上部構造の1次固有周期を1秒、減衰定数を0.03（レイリー減衰）、免震層の α_y を0.05、 T_{b2} を4秒、 p を0.05と0.15、非構造部材の h_a を0.05とした床応答スペクトルを図5に示す。階段状の実線は、時刻歴解析による増幅率と共振倍率を用いた式(12)の評価値で

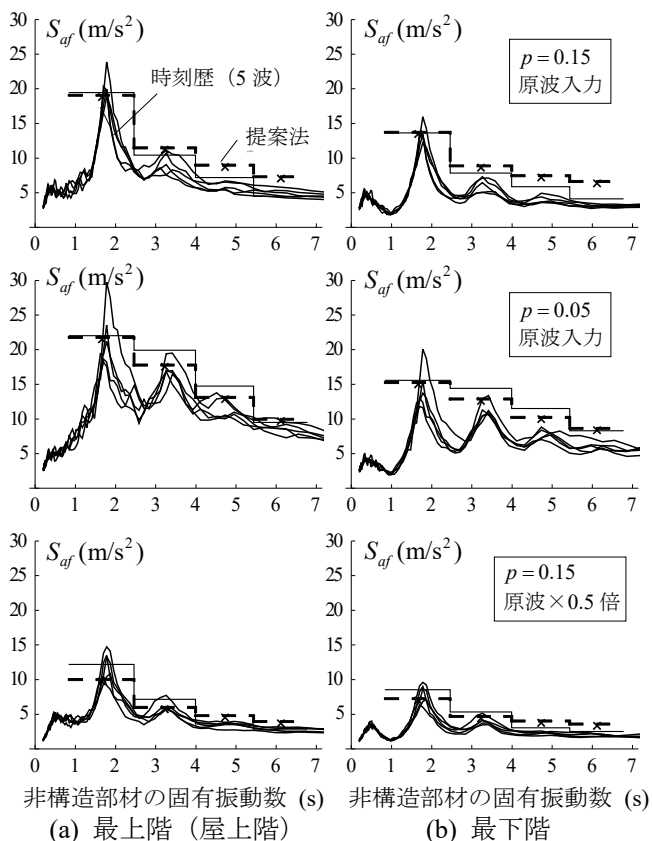


図5 床応答スペクトルのピーク値の予測

あり、式(12)のモード重合の妥当性を示している。式(11)、式(17)および式(24)によるピーク値（破線、5次で打ち切り）は、床応答スペクトルを包絡しており、簡易評価法の精度が高いことがわかる。

8. まとめ

履歴型減衰材を有する基礎免震建物について、床応答スペクトルのピーク値（水平震度）を議論した。

得られた結論を以下に要約する。

- 1) 高次モードの最大加速度応答は、免震層の水平剛性を零としたときの固有振動数ほか建物の動的特性、地盤周期、免震層の塑性率や復元力特性を用い、時刻歴解析をせずに簡易に予測できる。
- 2) 高次モード応答により加振される非構造部材の動的応答倍率は、免震層の塑性率が大きくなるにつれて、一定値に漸近する。この漸近線は、おもに上部構造と非構造部材の減衰定数により定まる。中小地震で免震層の塑性率が小さい範囲では、大地震に比べて動的応答倍率は小さくなる。
- 3) 床応答スペクトルのピーク値は、免震層の水平剛性を零として得られる固有振動数で生じる。応答スペクトル法により、中小地震から大地震まで連続的に変わるピーク値を精度よく算出できる。

なお、高次モード応答の簡易評価については、式の説明性を高め、さらに精度を向上させる見込みがある。

これまで議論したように、非構造部材に作用する地震力は、上部構造の高次モードの減衰定数に強く影響する。そのため、今後は建物と非構造部材の強震観測を通じ、本研究で得た知見を照査していく予定である。

謝辞

本研究は、日本免震構造協会の研究助成「免震建築物の高次モード応答に共振する高剛性吊り天井の地震力の解明」（代表者：金子健作）の補助を受けて実施した。ここに謝意を示します。

参考文献

- 1) 小林正人, 谷崎豪, 松田紳吾: 免震部材の多様化に対応した免震建物の設計用地震荷重分布, 日本建築学会構造系論文集, No. 676, pp. 859-868, 2012.6
- 2) 建築研究所: 免震建築物の設計用地震層せん断力係数に関する検討, No.162, 2014.8
- 3) F.G Fan and G. Ahmadi: Seismic responses of secondary systems in base isolated structures, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 14, No. 1, pp. 35-48, 1992
- 4) T. Isaković et al.: Floor response spectra in isolated structures subjected to earthquakes weaker than the design earthquake -Part I, Vol. 18, pp. 635-659, 2011.10
- 5) R.I Skinner et al.: An Introduction to Seismic Isolation, Wiley, 1993
- 6) 日本建築学会: 鋼構造制振設計指針, 2014
- 7) 金子健作: 非構造部材の共振時応答倍率に関する地震動の継続時間を考慮した期待値, 日本建築学会構造系論文集, No. 746, pp. 555-563, 2018.4