2020年度（第12回）免震構造・制振構造に関わる研究助成の成果報告

データ駆動型モデリングを用いた減衰要素構成則の一般化

郭佳（東北大学災害科学国際研究所）

1　はじめに

近年、計算機処理能力の向上と機械学習によるビッグデータ活用技術の発展により、人工知能(AI)を用いた諸問題の解決手法が飛躍的に高度化し、注目を集めている。筆者は制振・免震用のダンパーモデルの改善とその活用に係わる課題への対応を目標に、データ駆動型モデリングによるダンパー構成則の構築手法を開発している。

物理システムの計算モデルは物理モデルとデータ駆動モデル(data driven model) [1)]に大別される。制振・免震用に広く使用されているダンパーは粘性減衰系から履歴減衰系まで様々であり、これらを統一的に扱える物理モデルは存在しないため、単一の物理モデルを用いて制御装置の振動特性を正確に同定することは不可能である。また、複数の物理モデルを用いて試行錯誤的に同定を行う場合であっても、計算効率の観点から困難が伴う。これに対しデータ駆動モデルは研究対象実測入力／出力データから機械学習等に基づいて発見的に見いだされる計算モデルである。機械学習等によるデータ駆動型モデリングは、計算モデルを研究対象の入力／出力データに自動的に適合させることで、対象が粘性減衰系か履歴減衰系か、あるいはその混合であるかに関わらず高精度かつ高計算効率でモデルを予測し、挙動を再現することができる。そのため、物理モデルの使用により生じる問題を容易に解決可能である。

本報では粘性減衰系の粘弾性ダンパーと、履歴減衰系の磁気粘性流体ダンパー(Magneto-Rhelogogical Fluid Damper、以下はMRダンパーと記す)を事例にデータ駆動モデリングを用いた減衰要素構成則の一般化について紹介する。

2　回帰モデルの構築

機械学習の多くは、ある入力に対しそれに対応すべき出力を写像する関数を生成する。生成する関数のタイプは分類と回帰に大別される。本報では回帰モデルを選択し、ダンパーの変位・速度・ダンパー力などの応答時系列データを入力/出力値として学習に使用した。

まず、一般的な線形モデルは下記の式で表せる

$$\mathbf{Y} = \mathbf{\Phi}(\mathbf{X})\boldsymbol{\beta} \tag{1}$$

ここで、$\mathbf{X}$は入力ベクトル、$\mathbf{Y}$は出力ベクトル、$\boldsymbol{\beta}$は回帰係数、$\mathbf{\Phi}(\mathbf{X})$は基底関数である。$\mathbf{\Phi}(\mathbf{X})$はあらかじめ設定し、$\mathbf{X}$と$\mathbf{Y}$の学習データより$\boldsymbol{\beta}$を推定する。$\mathbf{X}$と$\mathbf{Y}$が非線形な関係で表現される場合は、基底関数として非線形関数を用いてもよいが、推定理論において本問題自体は線形問題に分類される。これは、推定される関数が未知母数の1次式となるためである。図1に回帰モデルの構築概念図を示す。

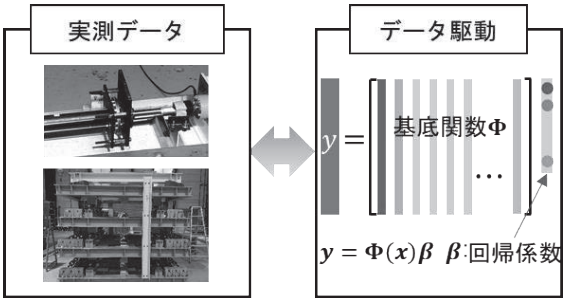

図1　回帰モデルの構築

回帰係数$\boldsymbol{\beta}$の推定は式(1)の線形逆問題であり、一般的に最小二乗法が最も使用されるが、本問題においては望ましくない。これは変数が多い高次元データの場合、通常の最小二乗法回帰分析を用いると訓練データの誤差にオーバーフィッティングする現象が生じ得るためである。本問題では$\mathbf{\Phi}(\mathbf{X})$をダンパーのモデリングに可用なあらゆる基底関数で始めに構成しておくべきであるが、それにより同時に変数が多くなることから最小二乗法は不適当となる。一方で「モデリング」の基本は対象となるダンパーの本質的な特徴を表現する要因を抽出することにある。言い換えればダンパーの特性にあまり寄与しない枝葉末節は排除すべきである。この考え方に基づいて、本研究ではスパース回帰(sparse regression)を用いて係数回帰係数$\boldsymbol{\beta}$を推定することとした[2)]。スパース回帰は、$\boldsymbol{\beta}$の決定においてなるべく 0 が多くなるように推定する手法であり、枝葉末節の基底関数を排除しながらモデル化に重要な基底関数のみを抽出していくことに対応する。

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = \arg\min \|\mathbf{\Phi}(\mathbf{X})\boldsymbol{\beta} - \mathbf{Y}\|_2^2 + \lambda\|\boldsymbol{\beta}\|_1 \tag{2}$$

ここで$\|\cdot\|_1$は L1 ノルムである。式中のλは正則化パ

ラメータであり、第 1 項と第 2 項の相対的な重みを決める。正則化パラメータλの値が異なれば、回帰係数及び回帰モデルも異なる。モデリングの過程におけるモデルの選択と評価は、さまざまな指標に基づいて行われる。本研究ではモデルの複雑さと、データとの適合度とのバランスを取るために、情報量規準 AIC (Akaike Information Criterion) を指標として採用する。以下のような AIC を定義する。

$$\mathrm{AIC}(\lambda) = 2k + m\ln(\mathrm{RSS}(\lambda)/m) \tag{3}$$

ここで k は回帰係数の数、mは観測データの数、RSS は残差平方和である。RSS は以下の式で与えられる。

$$\mathrm{RSS}(\lambda) = \sum_{i=1}^{m}\left(y_i - \hat{y}_i(\widehat{\boldsymbol{\beta}}, x_i, \lambda)\right)^2 \tag{4}$$

$\hat{y}_i$は回帰モデルによるy_iの予測値である。

3　基底関数の選定

一般化基底関数には、正弦・余弦関数、ウェーブレット関数、スケーリング関数、多項式関数などが含まれる。本研究では減衰要素の同定結果を保証するために、以上の基底関数を直接使用する代わりに、ダンパーの物理モデルに従う次の基底関数を用いた。

(1) 速度依存型ダンパー（∘はアダマール積/指数）

$$\boldsymbol{\Phi}_1(\mathbf{X}) = [\mathbf{x} \quad |\dot{\mathbf{x}}|^{\circ \mathrm{A}_1} \circ \mathrm{sign}(\dot{\mathbf{x}}) \quad \mathrm{D}^{\circ \mathrm{A}_2}\mathbf{x} \quad \cdots] \tag{5}$$

ここで、A_1とA_2のそれぞれ値に対して基底関数グループを定義する。具体的には、

- $\mathrm{A}_1 = [0.1, \cdots, 0.9, 1, 2, 3, \cdots]$の成分は、オイルダンパーおよび粘性ダンパーに関する基底関数の指数(damping exponent)である。
- $\mathrm{A}_2 = \pm[0.1, \cdots, 0.9]$の成分は、粘弾性ダンパーに関する基底関数を設定する(例えば：Kelvin-Voigt モデルは$\mathrm{A}_2 > 0$, $\mathbf{X}$:ダンパー変位, $\mathbf{Y}$:ダンパー力; Maxwell モデルは$\mathrm{A}_2 < 0$, $\mathbf{X}$:ダンパー力, $\mathbf{Y}$:ダンパー変位)。
- 複雑な粘性-摩擦の組み合わせに対するためにダンパーの摩擦要素に関する基底関数を設定する場合は$\mathrm{A}_1 = 0$ とする。
- 他の基底関数を含めることも可能である。

なお、対象ダンパーがどのような速度依存特性を有するかの事前情報は必要ない。その最も顕著な特徴はスパース回帰によって自動的に抽出される。

(2) 履歴型ダンパー

履歴型ダンパーモデルを付加した動的システムに対する構成則モデルは以下のようになる。

$$\dot{\mathbf{X}} = f(\mathbf{X}) \cong \boldsymbol{\Phi}_2(\mathbf{X})\boldsymbol{\beta} \tag{6}$$

ここで出力ベクトル$\mathbf{Y}$は速度依存型ダンパーの場合と異なり入力ベクトル$\mathbf{X}$の一次微分となる。具体的には式(6)は次のように簡略化できる。

$$\dot{\mathbf{z}} = g(\mathbf{x}, \dot{x}, \mathbf{z}) \cong \boldsymbol{\Phi}_2(\mathbf{x}, \dot{x}, \mathbf{z})\boldsymbol{\beta} \tag{7}$$

$\mathbf{x}$はダンパー変位、$\mathbf{z}$はダンパー力である。Duhem モデルの仮定を使用すれば、以上の構成則モデルは下式により得ることができる。

$$\dot{\mathbf{z}} = g_1(\mathbf{x}, \mathbf{z})\dot{x} + g_2(\mathbf{x}, \mathbf{z})|\dot{x}| \tag{8}$$

式(8)に対する基底関数がどのようにして得られるかを説明するために、下記のよく使われる 2 つの履歴型モデルを検討する。

- バイリニアモデル

$$\dot{\mathrm{z}} = \left[\frac{k_1 + k_2}{2} - \frac{k_1 - k_2}{2}\mathrm{sign}\left((z - k_2 x)\mathrm{sign}(\dot{x}) - F_0\right)\right]\dot{x} \tag{9}$$

ここで

$$\begin{cases} g_1(\mathrm{x}, \mathrm{z}) = \dfrac{k_1 + k_2}{2} - \dfrac{k_1 - k_2}{2}\mathrm{sign}(z - k_2 x - F_0) \\ g_2(\mathrm{x}, \mathrm{z}) = \dfrac{k_1 + k_2}{2} - \dfrac{k_1 - k_2}{2}\mathrm{sign}(k_2 x - z - F_0) \end{cases} \tag{10}$$

- Bouc-Wen モデル

$$\dot{\mathrm{z}} = A(\dot{x} - \beta|\dot{x}|z|z|^{n-1} - \gamma\dot{x}|z|^n) \tag{11}$$

ここで

$$g_1(\mathrm{x}, \mathrm{z}) = A(1 - \gamma|z|^n), \quad g_2(\mathrm{x}, \mathrm{z}) = -A\beta z|z|^{n-1} \tag{12}$$

上記の式に基づけば、履歴型ダンパーの基底関数は以下のように形式的に書き下せる。

$$\begin{aligned} &\boldsymbol{\Phi}_2(\mathbf{x}, \dot{x}, \mathbf{z}) \\ &= [\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}] \otimes [\mathbf{1}, \mathbf{z}, |\mathbf{z}|, \mathbf{z}^{\circ 2}, \mathbf{z}|\mathbf{z}|, \mathbf{z}^{\circ 3}, \cdots] \\ &\otimes [\mathbf{1}, \mathrm{sign}(\mathbf{x}), \mathbf{x}, |\mathbf{x}|, \mathbf{x}^{\circ 2}, \mathbf{x}|\mathbf{x}|, \mathbf{x}^{\circ 3}, \cdots] \end{aligned} \tag{13}$$

4　データ駆動モデリングの手順

本研究で提案するデータ駆動モデリングの手順を下記の表 1 に示す。

表 1 提案するデータ駆動モデリングの手順

- **Input:** Time series of experimental data $\mathbf{D} = (\mathbf{X}, \mathbf{Y})$, the number of data points in the training set *t*, the number of data points in the validations set *v*
- **Procedure:** Algorithm DDM$(\mathbf{D}, t, v)$
  1. $(\mathbf{D}_t, \mathbf{D}_v) \leftarrow$ partitionData$(\mathbf{D}, t, v)$
  2. Damper type $i \leftarrow$ Classification $(\mathbf{D}_t)$
  3. $\boldsymbol{\Phi}_i \leftarrow$ dictionary$(\mathbf{X}_t)$
  4. **for** $\lambda(j) \in \{\lambda_1, \lambda_2, \cdots, \lambda_n\}$
     Model$(j) \leftarrow$ SparseRegression$(\mathbf{D}_t, \lambda(j))$
     $\hat{\mathbf{Y}}_v \leftarrow$ Simulate(Model(j), $\mathbf{X}_v$)
     AIC$(\lambda(j)) \leftarrow$ Validation$(\hat{\mathbf{Y}}_v, \mathbf{Y}_v)$
     end for
  5. [inds,vals] $\leftarrow$ sort(AIC)
  6. **Return** Model(inds(1))

５　数値計算例

(1) 速度依存型ダンパー

Kelvin—Voigt 体で構成された分数次の粘弾性ダンパー[3)]を対象として、式(5)を用いて基底関数を構築し($A_1 = 0{:}0.1{:}1, A_2 = 0.1{:}0.1{:}0.9$)、得られた同定結果を表２と図 2，3 に示す。

表 2 パラメータの対比

パラメータ	c(Ns/m)	k(N/m)	α
文献 [3)]	68,000	290,000	0.6
回帰係数	65,960	293,277	0.6

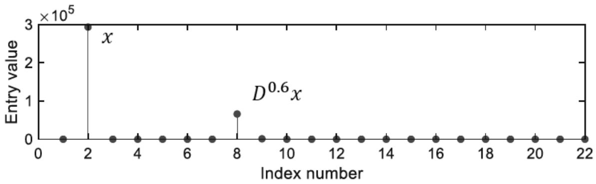

図 2　回帰モデルによる推定された回帰係数

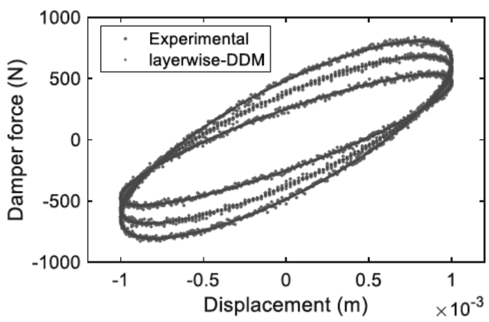

図 3　同定結果の比較

(2) 履歴型ダンパー

MR ダンパーを対象として[4)]、式(13)を用いて基底関数を構築し（$\mathbf{\Phi}_2(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, \mathbf{z}) = [\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}] \otimes [\mathbf{1}, \mathbf{z}, |\mathbf{z}|, \mathbf{z}^{\circ 2}, \mathbf{z}|\mathbf{z}|]$)、得られた同定結果を表３と図 4, 5 に示す。

表 3 パラメータの対比

パラメータ	A	β	γ	n
文献 [4)]	7907.3	1.50	-0.50	2.0
回帰係数	7925.1	1.42	-0.43	2.0

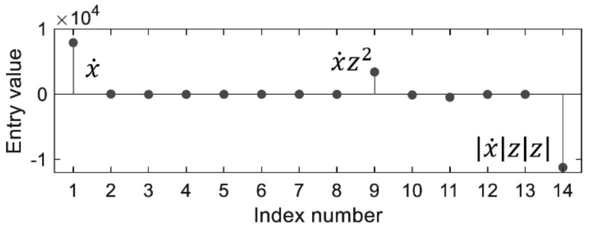

図４　回帰モデルによる推定された回帰係数

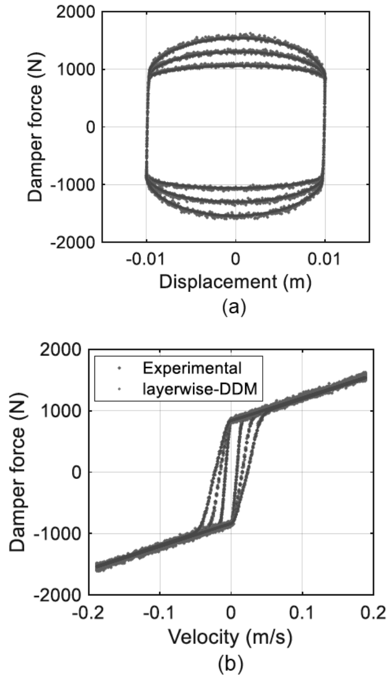

図５　同定結果の比較：(a) 変位-力、 (b)速度-力

以上から、いずれのケースにおいても本提案手法は高精度な結果を得ることが可能であると分かる。これらの例の詳細については文献[5)]も参照されたい。

６　まとめ

本報では、機械学習等を用いたデータ駆動モデルによるダンパー構成則構築手法と応用事例を紹介した。今後は、急速に発展するデータ解析技術を随時取り入れつつ、免震構造や制振構造に対する人工知能(AI)適用の飛躍的な高度化、インテリジェントな自動化を行う解析システムの確立が望まれる。

参考文献

1) Wang W X, Lai Y C, Grebogi C. Data based identification and prediction of nonlinear and complex dynamical systems. *Physics Reports*, 2016, 644: 1-76.
2) Rudy S H, Brunton S L, Proctor J L, et al. Data-driven discovery of partial differential equations. *Science Advances*, 2017, 3(4): e1602614.
3) Lewandowski R, Chorążyczewski B. Identification of the parameters of the Kelvin–Voigt and the Maxwell fractional models, used to modeling of viscoelastic dampers. *Computers & structures*, 2010, 88(1-2): 1-17.
4) Zhu H, Rui X, Yang F, et al. An efficient parameters identification method of normalized Bouc-Wen model for MR damper. *Journal of Sound and Vibration*, 2019, 448: 146-158.
5) Guo J, Wang L, Fukuda I, and Ikago K. Data-driven modeling of general damping systems by clustering-based layerwise regression. *Mechanical System and Signal Processing*, submitted.